



## **Modelagem espacial bayesiana para riqueza de elasmobrânquios do extremo sul do Brasil**

**Ivanoff, Raye; Pennino, Maria Grazia; Rufener, Marie-Christine; Vooren, Carolus Maria; Kinas, Paul Gerhard**

*Published in:*  
Revista CEPSUL - Biodiversidade e Conservação Marinha

*Publication date:*  
2019

*Document Version*  
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link back to DTU Orbit](#)

*Citation (APA):*  
Ivanoff, R., Pennino, M. G., Rufener, M-C., Vooren, C. M., & Kinas, P. G. (2019). Modelagem espacial bayesiana para riqueza de elasmobrânquios do extremo sul do Brasil. *Revista CEPSUL - Biodiversidade e Conservação Marinha*, 8, [e2019002].

---

### **General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

## **Modelagem espacial bayesiana para riqueza de elasmobrânquios do extremo sul do Brasil**

RAYD IVANOFF <sup>1, 2</sup>, MARIA GRAZIA PENNINO <sup>3, 4, 5</sup>, MARIE-CHRISTINE RUFENER <sup>4, 6</sup>,

CAROLUS MARIA VOOREN <sup>1</sup> & PAUL GERHARD KINAS <sup>1, 2</sup>

*1 Programa de Pós-graduação Oceanografia Biológica, Instituto de Oceanografia, Universidade Federal do Rio Grande - FURG, Avenida Itália km 8, Carreiros, CEP - 96201-900, Rio Grande, RS, Brasil, raydnunes@gmail.com;*

*2 Laboratório de Estatística Ambiental - Instituto de Matemática, Estatística e Física, FURG.*

*3 Fishing Ecology Management and Economics (FEME), Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN. Depto. de Ecologia, Natal (RN), Brazil.*

*4 Statistical Modeling Ecology Group (SMEG). Departament d'Estadística i Investigació Operativa, Universitat de València, C/Dr. Moliner 50, Burjassot, 46100, Valencia, Spain.*

*5 Instituto Español de Oceanografía, Centro Oceanográfico de Murcia, C/ Varadero 1, San Pedro del Pinatar, 30740, Murcia, Spain.*

*6 Technical University of Denmark, Institute for Aquatic Resources, Kemitorvet, Building 201, 2800, Kgs. Lyngby, Denmark.*

**Submetido em: 27/02/2018; Aceito em: 16/01/2019; Publicado em: 30/01/2019**

**Resumo.** Compreender a distribuição espacial de espécies vulneráveis a exploração pesqueira pode subsidiar ações de manejo e conservação. O objetivo deste estudo foi mapear possíveis habitats essenciais para riqueza de elasmobrânquios no sul do Brasil. Os dados são oriundos de cruzeiro científico realizado em fevereiro de 2005 entre o arroio Chuí (33°45'S) e o Cabo de Santa Marta Grande (28°36'S). As informações disponíveis são posições georeferenciadas de 64 estações oceanográficas, a quantificação das capturas de elasmobrânquios e teleósteos com pesca de arrasto de fundo e o registro dos parâmetros ambientais de profundidade, temperatura e salinidade. Os dados foram ajustados a um Modelo Linear Generalizado (GLM) Bayesiano via INLA (*Integrated Nested Laplace Approximations*) e módulo SPDE (*Stochastic Partial Differential Equations*), implementados no software R. A qualidade de ajuste e o poder preditivo do modelo foram avaliados mediante DIC (*Deviance Information Criterion*), WAIC (*Watanabe-Akaike Information Criterion*) e LCPO (*Logarithm Conditional Predictive Ordinate*). Foram registradas 16 espécies de elasmobrânquios, cujo número variou de 1 à 9 por lance. No modelo proposto, o efeito espacial e as variáveis ambientais foram relevantes para explicar a variação da riqueza de elasmobrânquios na costa do Rio Grande do Sul. Esta abordagem estatística permite estimar a probabilidade de ocorrência das espécies em áreas não amostradas, levando em conta a autocorrelação espacial dos dados e o conhecimento dos valores das co-variáveis ambientais.

**Palavras-chave:** concentração de elasmobrânquios, modelos espaciais, R – INLA.

**Abstract. Bayesian spatial modeling of elasmobranch richness in the extreme south of Brazil.** Understanding the spatial distribution of species vulnerable to fishing exploitation can support management and conservation actions. The objective of this study was to map possible essential habitats for elasmobranch diversity in southern Brazil. The data come from a scientific cruise held in February 2005 between Chuí stream (33 ° 45'S) and Cape Santa Marta Grande (28 ° 36'S). The available information are georeferenced positions of 64 oceanographic stations, the quantification of elasmobranch and teleost catches with bottom trawl and the recording of environmental parameters such depth, temperature and salinity. The data were fitted to a Bayesian Generalized Linear Model (GLM) via INLA (Integrated Nested Laplace Approximations) and SPDE module (Stochastic Partial Differential Equations), implemented in R software. The quality of the fit and predictive power of the model were evaluated through DIC (Deviance Information Criterion), WAIC (Watanabe-Akaike Information Criterion) and LCPO (Logarithm Conditional Predictive Ordinate). Sixteen species of elasmobranchs were recorded, whose number ranged from 1 to 9 per haul. In the proposed model, both the spatial effect and the environmental variables were relevant to explain the variation of the elasmobranch diversity on the Rio Grande do Sul coast. This statistical approach allows to evaluate the probability of occurrence of the species in non-sampled areas, taking into account the spatial autocorrelation of the data and the knowledge of the values of environmental covariates.

**Keywords.** elasmobranchs hot-spots, spatial models, R – INLA.

## Introdução

De acordo com King (2007), o manejo de uma pescaria deve ocorrer antes do colapso do estoque e para tanto, podem ser aplicados os controles de captura, controles de esforço e medidas técnicas tais como: períodos de defeso e áreas marinhas protegidas (AMPs).

Do ponto de vista do ordenamento pesqueiro, as AMPs são utilizadas para: (i) evitar a pesca em etapas específicas do ciclo de vida de espécies que estejam mais vulneráveis ou em períodos críticos para a produção em geral; (ii) evitar a captura de espécies depletadas durante sua fase de recuperação; (iii) proteger reservas genéticas mantendo a estrutura populacional original e a herdabilidade; e (iv) limitar a captura incidental e ainda servir como proteção de espécies cujas informações da dinâmica populacional sejam insuficientes ou inexistentes (Jennings *et al.*, 2001; FAO, 2011).

Considerando que mundialmente cerca de 90% dos estoques pesqueiros encontram-se sobre pescados ou plenamente explorados (FAO, 2016) e no sul do Brasil as pescarias de

arrasto de fundo resultaram no colapso de estoques de elasmobrânquios demersais (Miranda & Vooren, 2003). Uma AMP na costa do Rio Grande do Sul (RS) torna-se uma potencial ferramenta de manejo para preservar os estoques remanescentes e a biodiversidade marinha.

Contudo a criação de uma AMP, no formato de zonas de exclusão de pesca, são difíceis de implementar dada a relevância social e econômica da pesca (Pennino *et al.*, 2018). Além disso, torna necessária a regularização de todo tipo de uso humano no ambiente marinho (navegação, mergulho, extração de sedimentos, modificação do hábitat) (Mesnildrey *et al.*, 2013).

Na tentativa de identificar regiões de maior riqueza de espécies de elasmobrânquios e dessa forma otimizar a extensão da AMP na costa do RS, modelos estatísticos aliados a Sistemas de Informações Geográficas (SIG) têm se mostrado uma ferramenta muito eficiente (Valavanis *et al.*, 2008).

Neste contexto, modelos geoestatísticos hierárquicos Bayesianos, também denomina-

dos de modelos Gaussianos latentes por Rue *et al.* (2009), são adequados e inferem uma clara imagem da distribuição espacial das espécies marinhas (Pennino *et al.*, 2013) orientando a escolha de áreas e períodos prioritários para conservação das espécies.

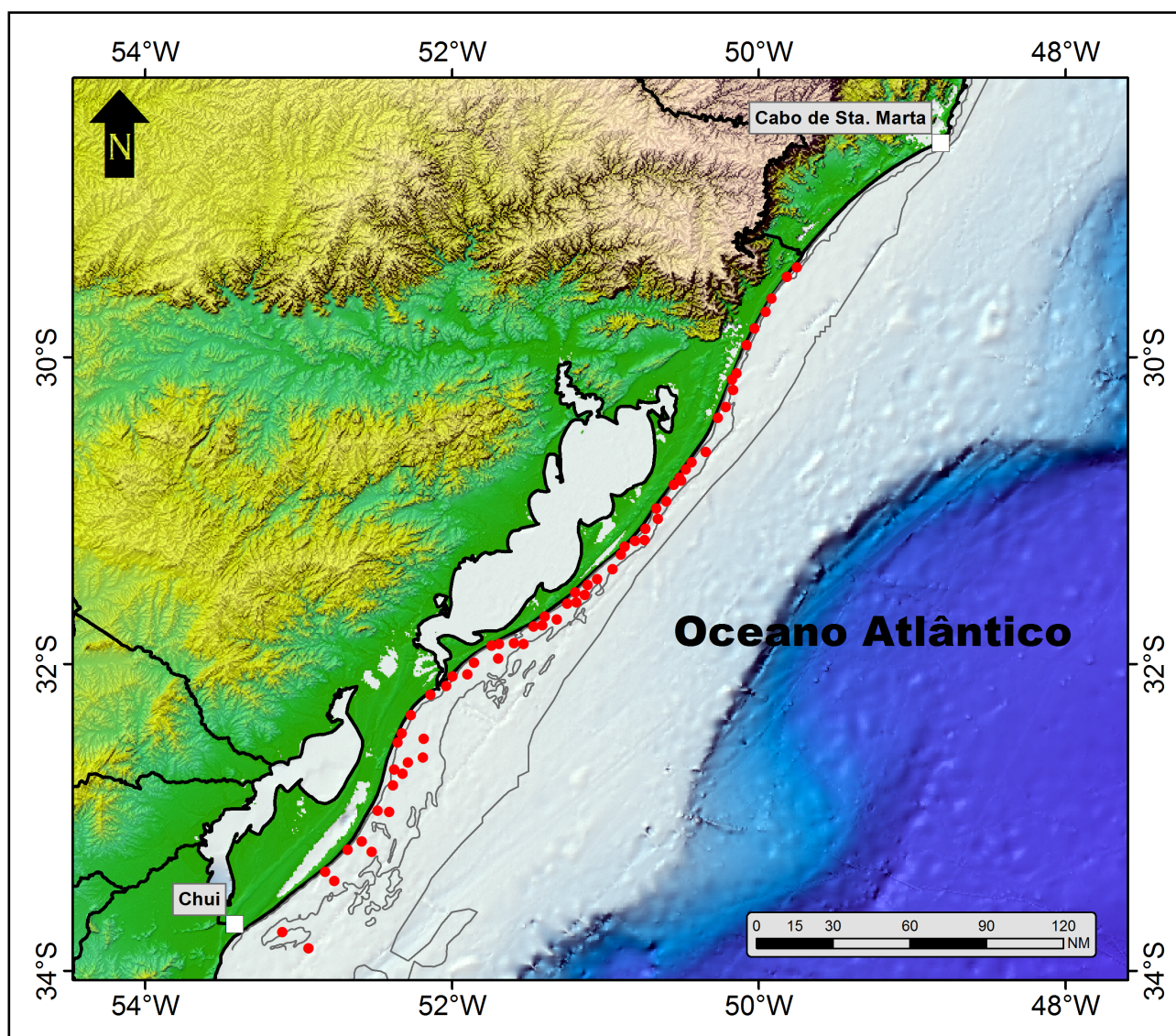
Estudos com a aplicação desta metodologia para o grupo de elasmobrânquios são recentes, escassos e dirigidos a espécies do Mar Mediterrâneo (Pennino *et al.*, 2013; Lauria *et al.*, 2015), Báltico (Cosandey-Godin *et al.*, 2015) e Atlântico Norte (Dell’Apa *et al.*, 2017). No Brasil, trabalhos científicos com este tema estão restritos a recursos pesqueiros capturados na região nordeste (Roos *et al.*, 2015; Rufener *et al.*, 2017; Fonseca *et al.*, 2017).

Portanto, o objetivo deste estudo é identificar áreas na costa do RS propícias à criação de AMP, numa tentativa de recuperar estoques e espécies que estejam sob ameaça de extinção. Além disso, adicionar informações sobre a distribuição espacial da riqueza de elasmobrânquios nesta região durante a época do verão.

## Materiais e métodos

### Área de estudo e base de dados

Este estudo foi delimitado à região costeira e da plataforma interna do Sul do Brasil (Figura 1), entre as isóbatas de 0 - 50m, uma área de aproximadamente 30.000 km<sup>2</sup> com-



**Figura 1.** Área de cobertura do cruzeiro científico na região costeira do RS com indicação das isóbatas de 20 e 50m. Os pontos indicam as estações oceanográficas com registro de capturas e variáveis ambientais.

preendida entre o Cabo de Santa Marta Grande (28° 40' S) e o Arroio Chuí (34° 40' S). Os dados são oriundos de um cruzeiro de pesca científica realizado em fevereiro de 2005. Em 15 dias de cruzeiro foram realizadas 64 estações oceanográficas com registros batimétricos via Ecossonda Científica SIMRAD EK-500 e coleta de parâmetros ambientais de temperatura e salinidade através de CTD Idronaut Oceanseven 316.

Durante o cruzeiro, o Navio Oceanográfico Atlântico Sul da Universidade Federal do Rio Grande, efetuou arrastos em posições aleatórias entre linhas perpendiculares à costa e equidistantes entre si. A área de cobertura do cruzeiro foi dividida em estratos de profundidade de 7-9m, 10-15m e 16-20m, sendo o número de lances de pesca dentro de cada estrato proporcional à sua área de extensão (Vooren *et al.*, 2005).

Os lances de pesca foram realizados a uma velocidade de 5,5 km/h com duração de 30 minutos, utilizando rede de arrasto de fundo com tamanho de malha de 50 mm na manga e 22 mm no saco, medidos entre nós opostos (Vooren *et al.*, 2005). As capturas de elasmobrânquios e de teleósteos foram qualificadas por espécies e quantificadas em biomassa (kg).

### Dados ambientais e biológicos

Para avaliar a variabilidade espacial na riqueza de elasmobrânquios foram considerados quatro preditores ambientais (profundidade, temperatura e salinidade superficial e de fundo) e dois preditores biológicos (biomassa de peixes teleósteos e biomassa de elasmobrânquios).

Dentre os preditores ambientais, selecionou-se a profundidade (m) visto que os elasmobrânquios demersais apresentam uma distribuição batimétrica na costa do RS (Vooren, 1998; Menni *et al.*, 2010). As variáveis temperatura (°C) e salinidade (PSU) foram escolhidas porque em conjunto definem as massas de água as quais, por sua vez, influenciam diretamente nos processos fisiológicos dos indivíduos e portanto na distribuição das espécies

(Lalli & Parsons, 1997).

Das variáveis biológicas, a biomassa (kg) de peixes teleósteos capturados foi utilizada para incluir um indicativo da relação presa-predador no modelo. Enquanto isso, a biomassa (kg) de elasmobrânquios capturada foi utilizada para representar a competição ou interação entre as espécies.

Na estrutura dos modelos propostos, os dados coletados *in situ* são utilizados para a estimação dos parâmetros. Para o desenvolvimento da parte preditiva do mesmo, são necessárias informações das covariáveis para toda a área de estudo.

No MARSPEC (<http://www.marspec.com>) (Figura 2) é possível encontrar um conjunto de dados climáticos e geofísicos marinhos de alta resolução (~ 1km) (Sbrocco & Barber, 2013) para obtenção de imagens satelitais de profundidade, salinidade e temperatura.

Para os registros de biomassa capturada de teleósteos e elasmobrânquios foi necessário realizar uma interpolação dos dados utilizando o método de krigagem (Landim, 2000). Posteriormente a interpolação foi limitada a uma máscara de 5 milhas náuticas em torno de cada um dos lances de pesca. Tanto a interpolação quanto a máscara foram elaboradas no software Surfer versão 13.3. (Figura 3).

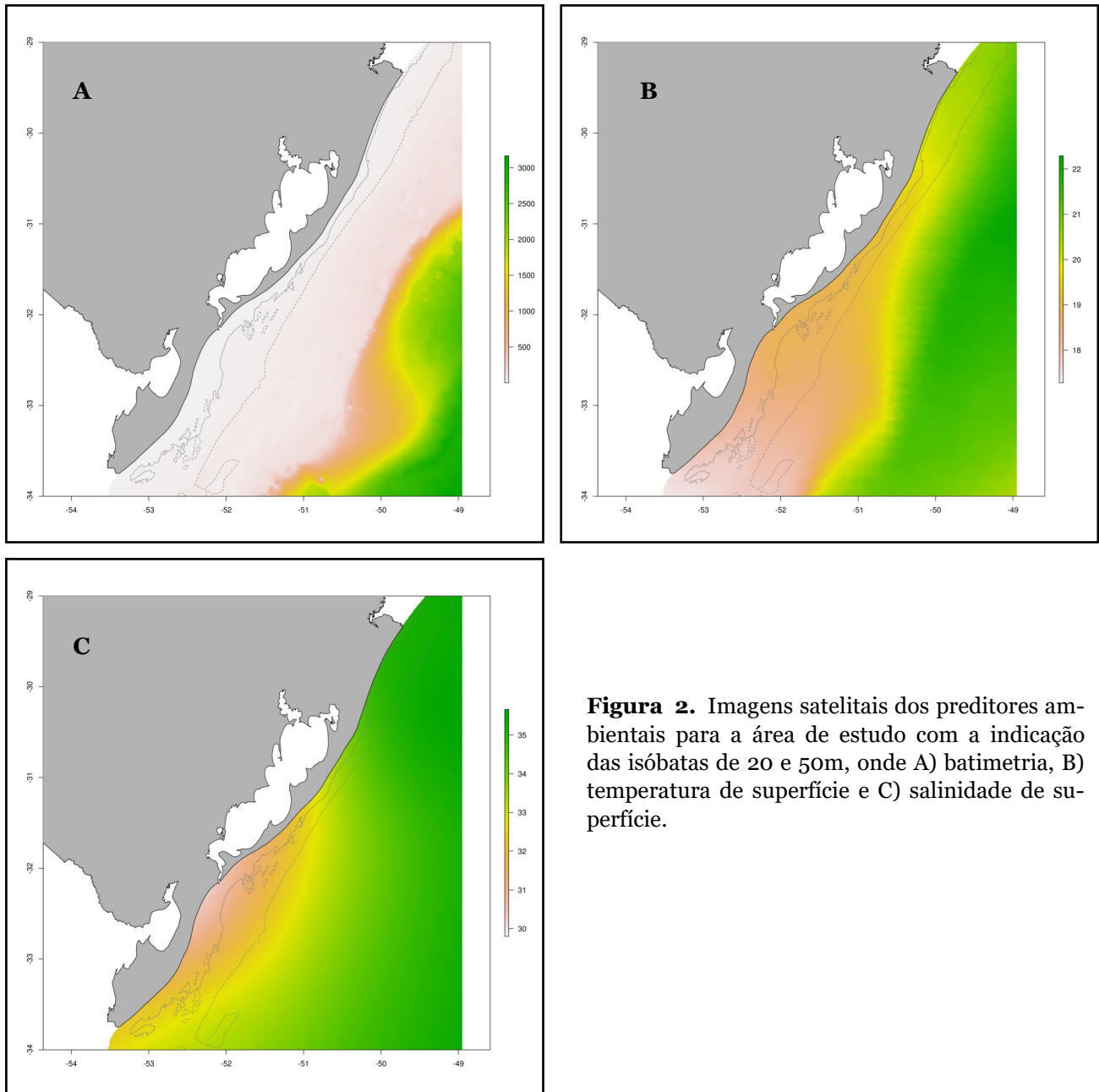
Todas as covariáveis antes descritas, foram padronizadas em um escore z, permitindo a comparação do peso relativo das mesmas na descrição do valor esperado na variável resposta (Kinas & Andrade, 2010). Além disso, foram conduzidas análises exploratórias dos dados para verificar a colinearidade entre as variáveis predictoras (Zuur *et al.*, 2010).

### Mapeando hotspots de elasmobrânquios

A variável resposta definida para os modelos aqui propostos foi o número de espécies capturadas por lance de pesca, que será utilizada como uma aproximação para a riqueza de elasmobrânquios.

Utilizando uma formulação Hierárquica





**Figura 2.** Imagens satelitais dos preditores ambientais para a área de estudo com a indicação das isóbatas de 20 e 50m, onde A) batimetria, B) temperatura de superfície e C) salinidade de superfície.

Bayesiana na estrutura dos modelos,

$$Y_i | x_i, \omega_i, \theta_1 \sim N(Y_i | x_i, \omega_i, \theta_1)$$

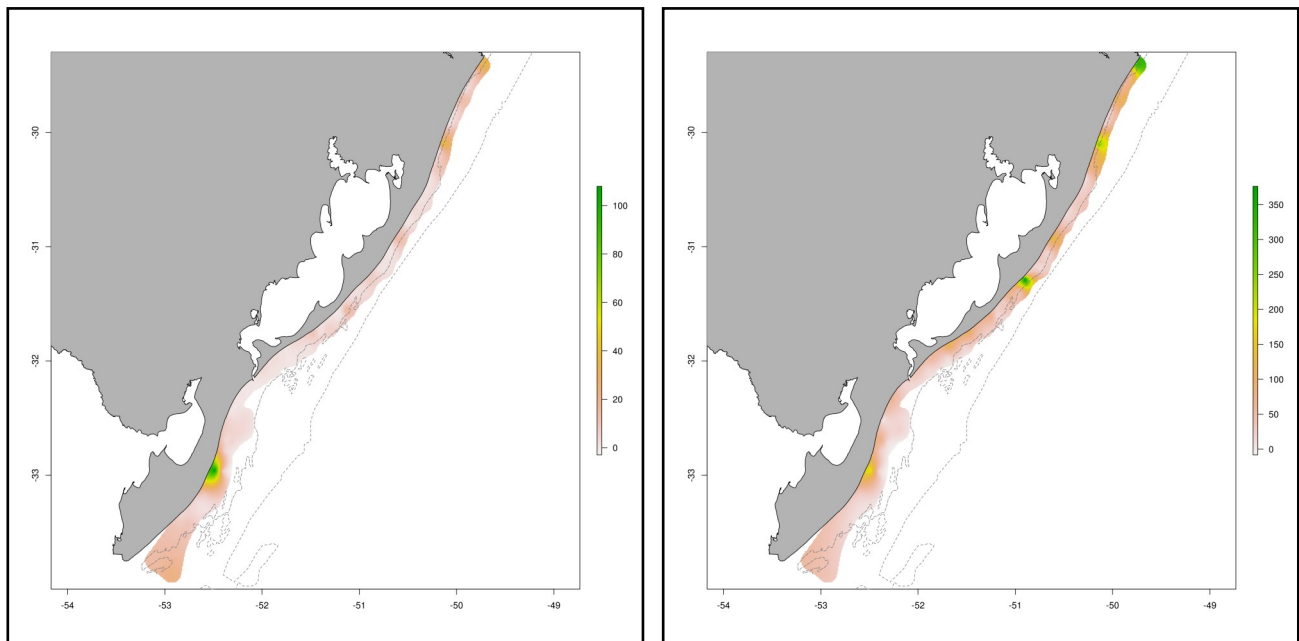
$$\omega_i | \theta_2 \sim N(\omega_i | \theta_2)$$

$$\theta \sim N(\theta)$$

assumimos que i) os dados podem ser expressos na forma similar de um Modelo Linear Generalizado (i.e., Generalized Linear Model GLM) em que a variável resposta ( $Y_i$ ) apresenta uma distribuição de probabilidade Poisson; ii) as covariáveis abióticas e bióticas

(xi) possuem um efeito fixo sendo acrescidos por um efeito aleatório ( $\omega_i$ ) espacialmente estruturado; iii) a especificação do campo latente é definida por um único vetor  $\theta = (\theta_1 + \theta_2) = \{\beta_0, \beta_M, \kappa, \tau, \Phi, \sigma, \varepsilon_2\}$ , onde  $\beta_0$  é o intercepto;  $\beta_M$  o efeito das covariáveis;  $\kappa, \tau$  definem respectivamente a variância e amplitude do efeito espacial,  $\Phi$  é o parâmetro de distribuição da resposta;  $\sigma$  e  $\varepsilon_2$  são termos de erro.

No contexto Bayesiano é necessário definir as *prioris* para os parâmetros de interesse. Neste estudo foram utilizadas *prioris* não-informativas para os parâmetros envolvidos em efeitos fixos (covariáveis abióticas e bióticas),



**Figura 3.** Rasters das covariáveis biológicas coletadas na área de estudo com a indicação das isóbatas de 20 e 50m, onde A) biomassa (kg) de elasmobrânquios capturados e B) biomassa (kg) de teleósteos capturados.

enquanto que para o efeito espacial foi assumida uma distribuição gaussiana com estrutura de covariância de Matérn (Muñoz *et al.*, 2013; Gonzáles-Andrés *et al.*, 2016).

O processo de inferência em estatística Bayesiana permite que os parâmetros sejam estimados através das distribuições *a posteriori* de probabilidade, que expressam a incerteza remanescente após considerar os dados. Para obtenção das aproximações numéricas das distribuições posteriores marginais, foi utilizado o método de Aproximação de Laplace Aninhado e Integrado (INLA - *Integrated Nested Laplace Approximation*) (Rue *et al.*, 2009).

A inferência via distribuição posterior para um parâmetro desconhecido é apresentada por estimativas pontuais (média ou mediana) e o intervalo de credibilidade de 95%. Para um parâmetro desconhecido, isto significa que a probabilidade posterior de um determinado valor estar dentro deste intervalo é de 95% (Kinas & Andrade, 2010).

Todas as análises estatísticas foram conduzidas no software R (R CORE TEAM, 2017) versão 3.4.1. utilizando o pacote R-INLA (<http://www.r-inla.org>) e o módulo de Equações

Diferenciais Parciais Estocásticas (SPDE - *Stochastic Partial Differential Equations*) (Lindgren & Rue, 2013).

Os modelos foram construídos pelo método manual de inserção sequencial de variáveis (*forward stepwise*) considerando a colinearidade entre as mesmas (Zuur *et al.*, 2010). Quando a relação entre duas variáveis for superior a  $r > 0,8$  apenas uma das variáveis será inclusa no modelo.

A etapa de seleção do modelo foi feita mediante Critério de Informação de Deviância (DIC - *Deviance Information Criterion*) (Spiegelhalter *et al.*, 2002) e Critério de Informação de Watanabe-Akaike (WAIC - *Watanabe-Akaike information criterion*) (Watanabe, 2010).

O poder preditivo dos modelos foi avaliado através da Ordenação Preditiva Condicional Logaritmicada (LCPO - *Logarithm Conditional Predictive Ordinate*) (Roos & Held, 2011), em que baixos valores de LCPO indicam uma boa qualidade preditiva do modelo.

O modelo selecionado foi também avaliado quanto sua qualidade de ajuste de acordo

com gráficos diagnósticos. No gráfico de dispersão de valores observados versus preditos, é esperado uma relação de linearidade que por sua vez é avaliada pelo coeficiente da correlação de Pearson (Rufener *et al.*, 2017). O gráfico de quantil teórico versus quantil observado foi utilizado para verificar se os resíduos do modelo apresentam distribuição aproximadamente normal (Kinas & Andrade, 2010).

Para as variáveis que resultaram relevantes no modelo, foram realizadas análises de correlação entre os dados coletados *in situ* com medições obtidas a partir das imagens satelitais. Esta análise prévia nos permite verificar se imagens satelitais possuem uma boa resolução para a área de estudo e, sendo assim, nos assegura que os mapas de distribuição das espécies produzidos sejam confiáveis.

## Resultados

### Resultados gerais

Ao todo foram realizados 64 lances de pesca, em 13 dos quais a captura de elasmobrânquios foi nula (20,3%). Nos demais lances foram capturados um total de 838 indivíduos (amplitude de 1 – 107 indivíduos por lance), cujo número de espécies variou de 1 a 9 (média = 2,08; D.P. = 1.84).

A riqueza das capturas de elasmobrânquios foi representada pelas espécies *Sympterygia acuta*, *Sympterygia bonapartii*, *Rioraja agassizi*, *Atlantoraja castelnaui*, *Pseudobatos horkelii*, *Zapteryx brevirostris*, *Rhinoptera brasiliensis*, *Rhizoprionodon lalandii*, *Dasyatis hypostigma*, *Myliobatis goodei*, *Myliobatis ridens*, *Gymnura altavela*, *Narcine brasiliensis*, *Squatina guggenheim*, *Mustelus fasciatus* e *Sphyrna lewini*.

As espécies mais frequentes nas capturas foram *S. acuta* (39%), *N. brasiliensis* (24%) e *S. bonapartii* (13%) e as maiores biomassas (kg) foram de *S. acuta* (78kg), *N. brasiliensis* (69kg) e *M. ridens* (64kg) (Tabela 1).

**Tabela 1.** Espécies de elasmobrânquios registradas no cruzeiro científico com suas respectivas frequências de ocorrência e biomassa capturada nos lances de pesca.

Espécies	Freq. de ocorrência (%)	Biomassa capturada (kg)
<i>Mustelus fasciatus</i>	0,11	0,96
<i>Atlantoraja castelnaui</i>	0,11	0,13
<i>Gymnura altavela</i>	0,23	2,49
<i>Mustelus schmitti</i>	0,23	0,43
<i>Psammobatis rutrum</i>	0,23	0,30
<i>Rhinoptera brasiliensis</i>	0,23	1,87
<i>Rhizoprionodon lalandei</i>	0,23	0,54
<i>Zapteryx brevirostris</i>	0,47	2,90
<i>Dasyatis hypostigma</i>	0,71	8,41
<i>Sphyrna lewini</i>	0,71	3,98
<i>Myliobatis goodei</i>	1,31	45,30
<i>Psammobatis bergi</i>	1,43	2,95
<i>Squatina guggenheim</i>	2,62	7,05
<i>Pseudobatos horkelii</i>	2,86	55,09
<i>Rioraja agassizi</i>	4,41	20,74
<i>Myliobatis ridens</i>	6,44	64,31
<i>Sympterygia bonapartii</i>	13,96	11,09
<i>Narcine brasiliensis</i>	24,22	69,96
<i>Sympterygia acuta</i>	39,37	78,60



Para as variáveis registradas *in situ*, o valor médio de temperatura de superfície (média: 23,58°C; mínimo – máximo: 21,45 – 25,12°C) foi superior ao valor médio de temperatura de fundo (média: 22,79°C; mínimo – máximo: 19,65 – 25,37°C). O inverso ocorreu para as medidas de salinidade, em que o valor médio de fundo (média: 35,36 PSU; mínimo – máximo: 33,65 – 36,27 PSU) foi superior ao de superfície (média: 35,23; mínimo – máximo: 33,59 PSU – 36,24 PSU). Para a variável batimetria o valor médio registrado foi de 14,61 m com amplitude de 7 – 29 m.

Das covariáveis biológicas utilizadas nos modelos, o peso capturado (kg) de teleósteos (média: 56,46; desvio padrão: 70,42) foi superior ao dos elasmobrânquios (média: 7,23; desvio padrão: 16,27). A frequência relativa dos teleósteos variou de 0,09 % a 10,77 % sobre a biomassa total capturada de 3.654 kg enquanto que para os elasmobrânquios estes percentuais variaram entre 0 a 25% sobre o total de 428 kg.

### Seleção dos modelos

Uma vez que as variáveis temperatura de superfície e de fundo bem como salinidade

de superfície e de fundo apresentaram alta correlação Pearson ( $r = 0,83$  e  $r = 0,98$ , respectivamente), imagens satelitais de superfície dos oceanos foram utilizadas para inferir sobre a distribuição de espécies demersais, ou seja daquelas que vivem associadas ao fundo marinho.

Diversos modelos foram testados, sendo os mais relevantes resumidos na Tabela 2. Seguindo o princípio da parcimônia, o modelo escolhido foi aquele que apresentou menores valores de DIC e WAIC, apresentando na sua estrutura as variáveis batimetria, temperatura e salinidade (modelo IX, Tabela 2).

Os resultados dos parâmetros estimados para o modelo selecionado são apresentados na Tabela 3, para os quais, constam os valores dos quantis de 0,025 e 0,975. De acordo com a Tabela 3, os preditores batimetria, temperatura e salinidade superficial foram relevantes para explicar o padrão de distribuição espacial dos elasmobrânquios na costa do RS.

Na Tabela 3 também são apresentados os coeficientes dos parâmetros. Para a variável resposta riqueza de elasmobrânquios e o preditor batimetria, a relação é positiva, em contra-

**Tabela 2.** Comparação entre os modelos a partir dos valores de DIC, WAIC e LCP. O asterisco\* indica as covariáveis relevantes e em negrito o modelo escolhido para descrever a distribuição espacial da riqueza de elasmobrânquios na costa do RS. Sigla dos preditores: bat = batimetria, temp = temperatura de superfície, sal = salinidade de superfície, bioE = biomassa capturada de elasmobrânquios, bioT = biomassa capturada de teleósteos, W = efeito espacial.

	MODELO	DIC	WAIC	LCPO
I	1 + W	222,29	223,69	1,74
II	1+ bat* + temp* + sal* + bioE + bioT + f(spatial, model=spde)	206,53	204,70	1,72
III	1 + bat* + f(spatial, model=spde)	207,25	204,80	1,60
IV	1 + temp* + f(spatial, model=spde)	212,74	213,23	1,66
V	1 + sal + f(spatial, model=spde)	222,95	224,23	1,75
VI	1+ bat* + temp* + f(spatial, model=spde)	204,84	202,27	1,58
VII	1+ bat* + sal + f(spatial, model=spde)	207,60	205,19	1,60
VIII	1 + sal* + temp* + f(spatial, model=spde)	212,82	212,59	1,66
<b>IX</b>	<b>1 + bat* + temp* + sal* + f(spatial, model=spde)</b>	<b>202,18</b>	<b>200,5</b>	<b>1,56</b>

**Tabela 3.** Sumário das distribuições posteriores marginais dos parâmetros estimados pelo modelo selecio-

Parâmetros	Média	Desvio padrão	Q 0,025	Q 0,975
<b>Intercepto</b>	0,711	0,174	0,316	1,103
<b>Batimetria</b>	0,278	0,077	0,125	0,430
<b>Temperatura</b>	-0,279	0,099	-0,474	-0,085
<b>Salinidade</b>	-0,200	0,098	-0,395	-0,005
<b>log (k)</b>	10,791			
<b>log(<math>\tau</math>)</b>	0,000			
<b><math>\rho</math>(km)</b>	0,225		0,000	5,709

partida, para os preditores temperatura e salinidade de superfície, a relação é negativa. Isto significa que maiores riquezas tendem a ocorrer em maiores profundidades, águas mais frias e menos salinas.

O efeito espacial do modelo é representado pelos demais parâmetros (Tabela 3), enquanto que os parâmetros  $k$  (Kappa) e  $\tau$  (Tau) descrevem a amplitude e a variação do efeito espacial, respectivamente,  $\rho$  (Rho) representa a correlação do efeito espacial e resulta diretamente da relação conjunta entre  $k$  e  $\tau$ . Dado a isso, torna-se mais intuitivo interpretar o efeito espacial sob a perspectiva de  $\rho$ .

Sendo assim, segundo a Tabela 3, o valor de  $\rho$  igual a 0,225 km representa a distância na qual a correlação espacial é reduzida a aproximadamente 10%. Logo, isto indica que na área de estudo existe uma correlação espacial entre o número de espécies capturadas em cada lance.

As Figuras 4 e 5 resumizam os mapas preditivos da média e desvio padrão da riqueza de elasmobrânquios e do efeito espacial, respectivamente, todos plotados dentro do limite da isóbata de 50m. A Figura 4 demonstra consistência com os resultados da Tabela 2, na qual maiores riquezas foram localizadas em grandes profundidades, águas mais frias e menos salinas com uma maior concentração de

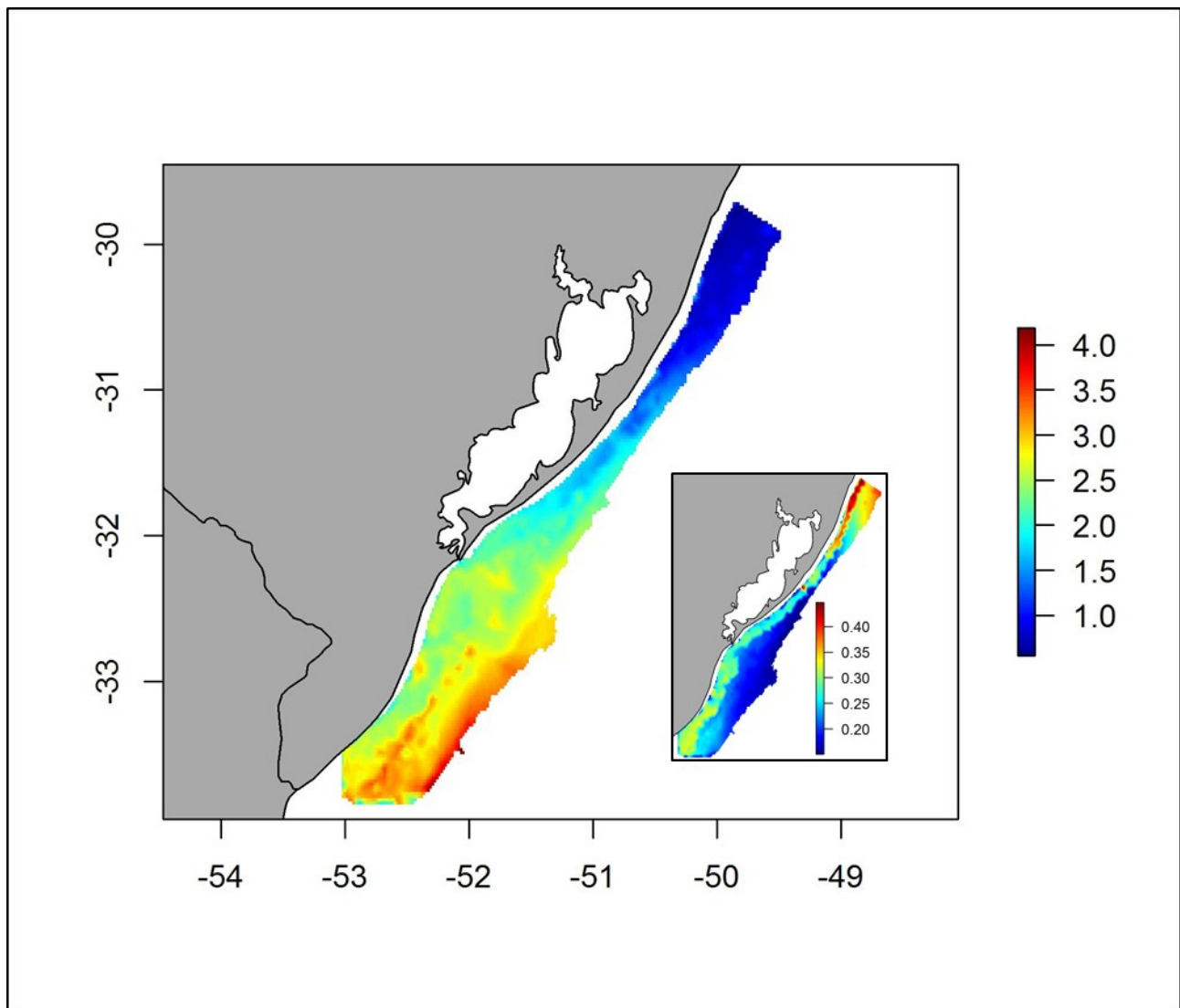
espécies localizada no extremo sul do Estado do RS.

O desvio padrão correspondente para a variável resposta (Figura 4), em vistas gerais, teve um baixo valor (média = 0,3) sendo praticamente constante ao longo da região mais costeira e diminuindo com o aumento da profundidade, exceto na porção mais ao norte do limite de distribuição em que os valores foram superiores.

No que diz respeito aos mapas do efeito espacial, estes demonstram que uma maior riqueza pode ser encontrada tanto nas latitudes de  $-33^\circ$  S bem como em  $-30^\circ$  S, (Figura 5). O desvio padrão para o efeito espacial foi praticamente homogêneo em toda a área de estudo, sendo menor em regiões onde se teve maior número de lances de pesca (Figura 5).

Em conjunto, esses mapas indicam a variabilidade intrínseca que existe na riqueza de elasmobrânquios e trazem indícios de que outras variáveis (bióticas e/ou abióticas) podem potencialmente contribuir no entendimento do padrão de distribuição dos mesmos.

Através dos gráficos diagnósticos de avaliação do modelo podemos verificar que entre os valores observados de riqueza e os valores preditos pelo modelo (Figura 6A) existe uma correlação positiva ( $r = 0,75$ ) e significativa ( $p < 0,05$ ). Por outro lado, o gráfico dos



**Figura 4.** Média posterior e respectivo desvio padrão (figura inferior) da distribuição preditiva da riqueza de elasmobrânquios na costa do RS, dentro da isóbata de 50m.

quantis observados em relação aos valores teóricos correspondentes (Figura 6B) demonstra, a exceção de alguns outliers, um padrão razoavelmente linear sugerindo uma distribuição aproximadamente normal dos resíduos e um bom ajuste do modelo.

As associações entre as variáveis ambientais medidas *in situ* nos cruzeiros científicos e aquelas obtidas de imagens satelitais para o mesmo ponto de coleta, indicam correlação de Sperman positiva para as variáveis batimetria ( $r = 0,67$ ) e salinidade ( $r = 0,68$ ) e negativa para a variável temperatura ( $r = 0,45$ ). Apesar das correlações serem fracas, por falta de alternativas melhores, estas foram as variáveis utili-

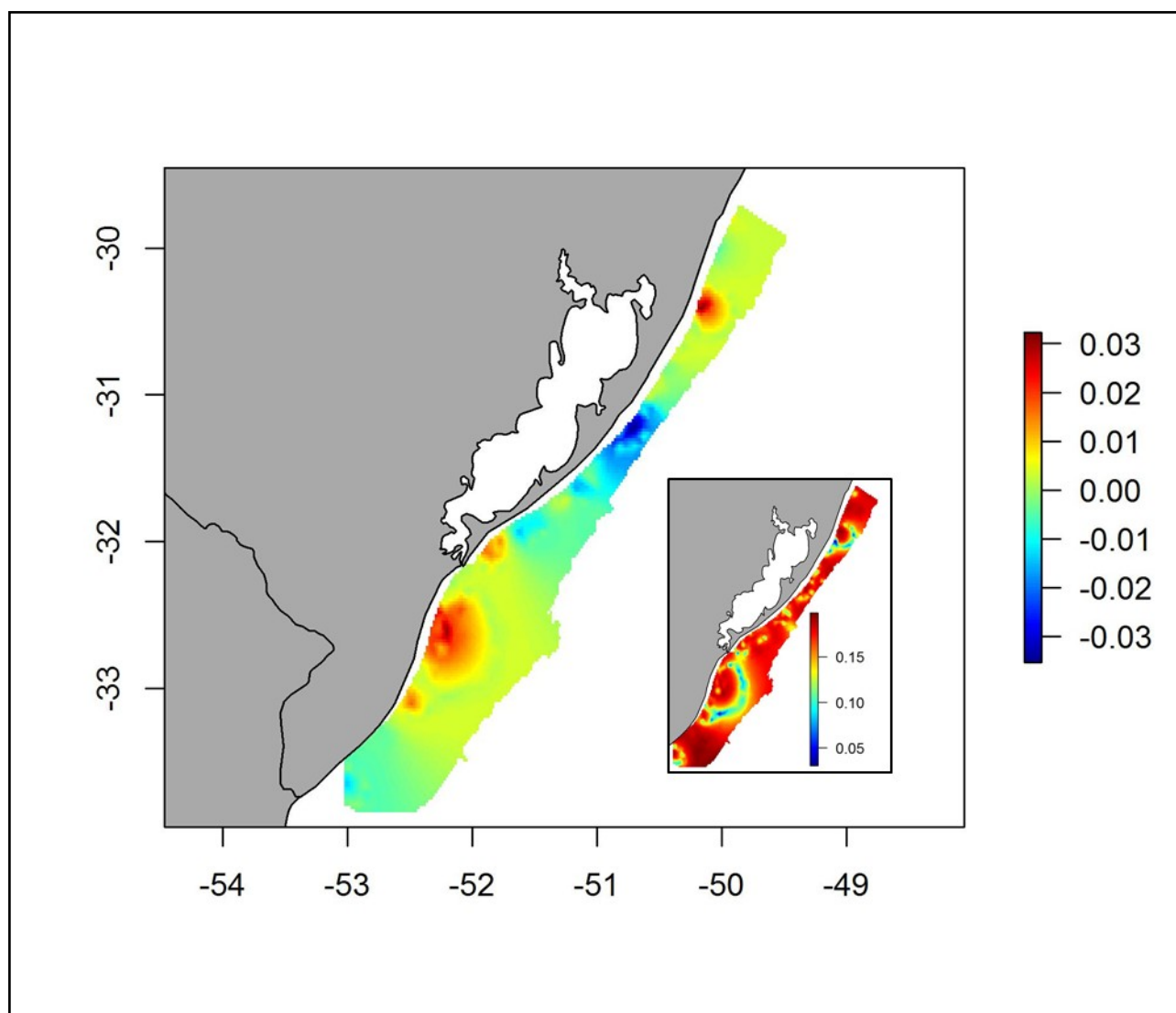
zadas nos modelos preditivos.

## Discussão

### Modelos Espaciais Bayesianos

Partindo da premissa que modelos matemáticos são a simples representação de um fenômeno complexo (Soetaert & Herman, 2009), em estudos de distribuição espacial de espécies busca-se, através de um conjunto de preditores ambientais e ecológicos, compreender a preferência por determinados ambientes (Valavanis *et al.*, 2008)

Contudo é pouco provável que um modelo estatístico consiga descrever com precisão



**Figura 5.** Média posterior e respectivo desvio padrão (figura inferior) do efeito aleatório do componente espacial para a distribuição preditiva da riqueza de elasmobrânquios na costa do RS, dentro da isóbata de 50m.

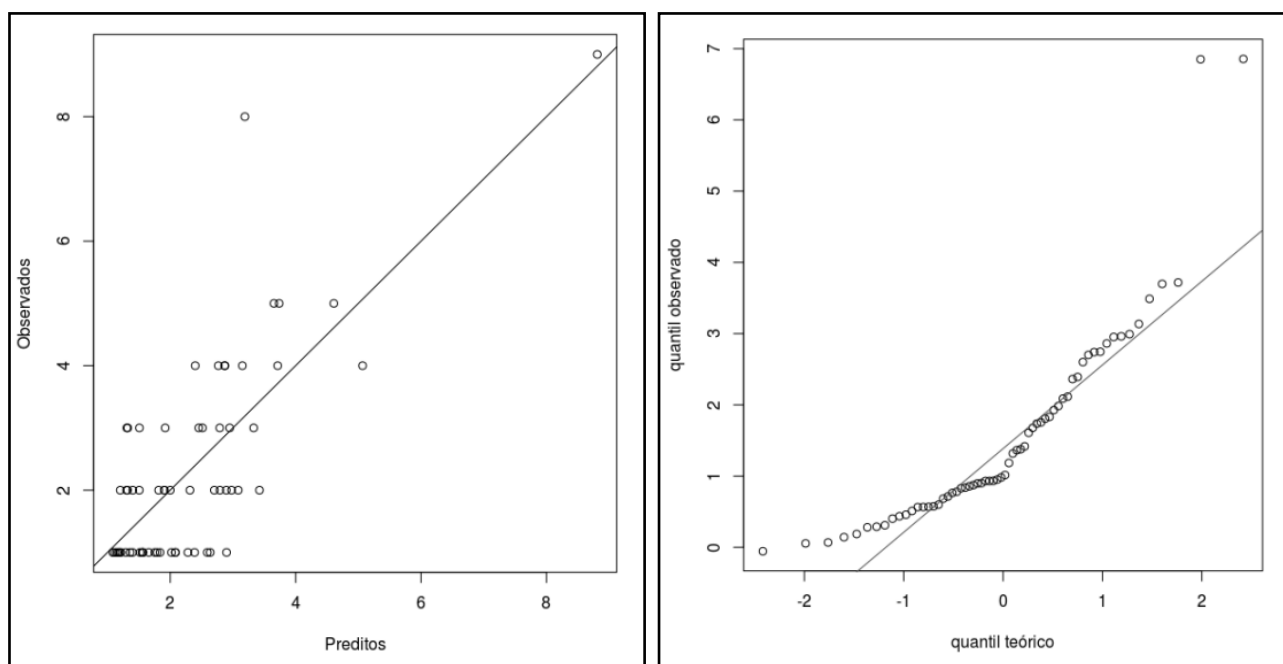
fenômenos ecológicos, ainda mais quando os elementos são de alta variabilidade como os utilizados neste estudo. Neste contexto, a inferência bayesiana é bastante robusta pois agrega toda a aleatoriedade das observações quanto as incertezas associadas aos parâmetros do modelo (Kinas & Andrade, 2010).

Em modelos com componente espacial, a análise do campo latente é maneira pela qual podemos avaliar se a utilização da área pela espécie foi adequadamente representada no mapa. Segundo Blangiardo & Cameletti (2015), quando o modelo é capaz de explicar na integridade a ocupação da área, o resultado esperado é o efeito nulo do campo latente. Em outras

palavras, o efeito espacial é uniforme.

Neste estudo as variáveis profundidade, temperatura e salinidade de superfície, foram consideradas satisfatórias para descrever a distribuição da riqueza de elasmobrânquios na costa do Rio Grande do Sul. O modelo ajustado a partir destas variáveis permitiu identificar e qualificar os habitats preferenciais e ainda revelou a relação das espécies com as características ambientais.

Segundo nossos resultados, durante a estação do verão, a riqueza de elasmobrânquios apresenta em média quatro espécies no extremo sul da costa do RS e uma espécie no limite



**Figura 6.** Gráficos diagnósticos para avaliação do modelo escolhido para representar a riqueza de elasmobrânquios na costa do RS onde A) valores observados versus valores preditos e B) quantil teórico versus quantil observados.

norte. Existe uma correlação espacial entre as observações que se traduz em concentração de espécies localizadas em águas mais frias, menos salinas e distantes da costa.

Assim como em outros estudos, a profundidade surge como uma variável relevante para descrever a distribuição espacial de elasmobrânquios (Pennino *et al.*, 2013; Cosandey-Godin *et al.*, 2015; Lauria *et al.*, 2015; Dell'Apa *et al.*, 2017). Segundo Pennino *et al.*, (2013) o efeito direto da profundidade na ocorrência das espécies é relativamente menor quando comparado aos efeitos indiretos, tais como, a correlação com outros parâmetros ambientais e biológicos.

Corroborando com a autora, na avaliação dos modelos ajustados deste estudo, cujas variáveis são relevantes, os valores encontrados de DIC e WAIC são bastante próximos e revelam que a combinação das variáveis batimetria, temperatura e salinidade de superfície que oportunizam o uso do ambiente para as espécies.

Conforme sugerido Rufener *et al.*, (2017) as variáveis bióticas, a exemplo de indi-

cadores de competição e predação, são potenciais preditores em modelos de distribuição de espécies. Neste estudo as relações biológicas entre as espécies foram representadas a partir da inclusão das variáveis biomassa capturada de elasmobrânquios e teleósteos. Porém, não contribuíram com o ajuste do modelo nem tampouco foram relevantes. Desta forma a identificação de áreas de concentração de elasmobrânquios não fica vinculada a variáveis tão pouco previsíveis como estas.

Os mapas preditivos de distribuição espacial da riqueza de elasmobrânquios foram desenvolvidos com base em imagens satelitais dos preditores ambientais. Para a área de estudo, a resolução destas imagens pode ter influenciado na definição espacial dos resultados. Ainda assim, os resultados encontrados confirmam, de forma independente e objetiva, com outros levantamentos faunísticos que indicam o extremo sul do RS como área de grande biodiversidade de tubarões e raias (Menni & Stehmann, 2000; Menezes *et al.*, 2003).

A validação dos resultados do modelo foram obtidas através dos gráficos diagnósticos e neste estudo espelham as características da



variável resposta escolhida. A contagem do número de espécies por lance de pesca foi a maneira mais conveniente encontrada para trabalhar com os dados deste cruzeiro de pesquisa. Contudo, as capturas nulas e de alta riqueza resultaram valores extremos e provocaram desvios nos gráficos dos quantis teóricos e observados, na relação entre dados observados e preditos e na análise dos resíduos do modelo.

Uma vez que os resultados deste estudo são oriundos de modelos limitados no tempo e espaço, este configura apenas uma imagem instantânea do relacionamento entre os elasmobrânquios e o ambiente (Pennino *et al.*, 2013). Ainda que restrito à estação do verão, o modelo ajustado permite evidenciar a ocupação do habitat na costa do RS.

Mapas de distribuição espacial para espécies vulneráveis podem ajudar no desenvolvimento de programas integrados de manejo e controle de recursos marinhos contribuindo com a conservação das espécies (Lauria *et al.*, 2015). Neste contexto, se justifica a implementação de uma área de conservação marinha na costa do Rio Grande do Sul, como mais uma tentativa de proteger as espécies de elasmobrânquios marinhos sob risco de extinção.

### **Ecologia e conservação dos elasmobrânquios**

O crescente número de elasmobrânquios inclusos em listas de espécies ameaçadas de extinção revelam a alta susceptibilidade do grupo à sobrepesca (Rosa & Lima, 2008). Na última avaliação da fauna, seguindo os critérios da IUCN (*International Union for Conservation of Nature*), 54 espécies de elasmobrânquios marinhos ou estuarinos enquadraram-se em alguma categoria de ameaça e duas espécies foram consideradas como Regionalmente Extintas (RE) no Brasil (ICMBio, 2016).

Uma fração significativa desta fauna compõem a lista de espécies ameaçadas de extinção no Estado do Rio Grande do Sul (GOV/RS, 2014) com expressivos números nas categorias definidas como em perigo e criticamente

em perigo, 75% e 60% respectivamente.

As espécies residentes do RS, cujas populações completam seu ciclo de vida nesta área, são as mais impactadas (Vooren & Klippel, 2005). A redução simultânea da abundância entre espécies evidencia uma resposta dos estoques à pesca intensiva praticada desde a década 80 (Miranda & Vooren, 2003).

Atualmente, a área preferencial de operação de arrasteiros duplos é a porção sul do estado do RS (PMAP/BS, 2017) e corresponde com região de maior riqueza de elasmobrânquios identificada no presente estudo. Segundo Dulvy *et al.* (2014), as espécies de elasmobrânquios mais ameaçadas são as de grande porte; localizadas em áreas mais rasas, abaixo dos 200 m e acessíveis aos petrechos de pesca.

Este é propriamente o cenário encontrado no RS durante o verão quando, via de regra, tubarões e raias são capturados em tamanhos abaixo de maturação sexual bem como as fêmeas grávidas, o que compromete o recrutamento para os estoques adultos e acarreta o declínio populacional (Rosa & Lima, 2008)

Para a conservação de espécies ameaçadas de tubarões e raias Vooren & Klippel (2005) propõem a criação de áreas de exclusão de pesca na costa do RS. Dentre as áreas sugeridas pelos autores, a denominada de Área de Exclusão Pesca Sul (AEP Sul) localizada na fronteira marítima com o Uruguai coincide com a região de concentração de elasmobrânquios identificada pelo presente estudo.

Durante o verão, uma AMP nesta região beneficiaria o berçário de *Pseudobatos horkelii*, *Squatina guggenheim*, *Mustelus fasciatus*, *Sphyrna lewini* e *Sphyrna zygaena*; as áreas de abundância de juvenis e adultos de *Pseudobatos horkelii*, *S. guggenheim*, *S. oculta* e *M. fasciatus* e as áreas de juvenis e migração de fêmeas prenhes *S. lewini* e *S. zygaena* (Vooren & Klippel, 2005).

O mapa preditivo de distribuição espacial de riqueza de elasmobrânquios apresenta-

do neste estudo, atesta Klippel *et al.* (2016) e comprova a importância da região. Segundo esses autores, no mês de dezembro, a probabilidade de ocorrência de cinco espécies de elasmobrânquios ameaçados no extremo sul do RS é comparativamente maior que na porção norte do estado.

A importância do sul do Brasil como área prioritária para a conservação da biodiversidade de elasmobrânquios é ressaltada por Dulvy *et al.* (2014), que enfatiza a elevada riqueza e grau de endemismo de espécies. Segundo o autor é a região da costa Atlântica da América do Sul onde se encontra a maior concentração de espécies ameaçadas.

Portanto, proteger habitat críticos (para espécies ameaçadas, diversidade e riqueza) se torna um dos principais usos de modelos de identificação de habitats para fins de conservação (Guisan *et al.*, 2013). Desta maneira, este estudo atinge o objetivo proposto de gerar mapas preditivos de concentração de espécies como forma de subsidiar a possível implementação de uma AMP para os elasmobrânquios do sul do Brasil.

Por fim, para agregar informação a este estudo e assim ampliar o conhecimento sobre a utilização da costa do RS pelos elasmobrânquios, recomenda-se a produção de mapas de distribuição espacial por espécies considerando, para diferentes sexos, os estoques jovens e adultos.

### Agradecimentos

A autora agradece ao Programa de Pós-Graduação em Oceanografia Biológica da Universidade Federal do Rio Grande, onde teve a oportunidade de desenvolver seu projeto de doutorado; à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão da bolsa de estudo; aos colegas pesquisadores que contribuíram para este trabalho. Em especial, Marcus Guimarães e Laura Miranda pela ajuda no uso do R, Marcelo Peres de Pinho pelo trabalho executado no *Surfer*, e aos

professores Dr. Lauro Madureira, Dr. Luciano Dalla Rosa e Dr. Gonzalo Velasco pelas contribuições.

### Referências Bibliográficas

- BLANGIARDO, M. & CAMELETTI, B. G. 2015. Spatio and Spatio-temporal Bayesian Models with R -INLA. United Kingdom, John Wiley & Sons Ltd. 322p.
- COSANDEY-GODIN, A., KRAINSKI, E. T., WORM, B. & FLEMMING, J. M. 2015. Applying Bayesian spatiotemporal models to fisheries bycatch in the Canadian Arctic. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.*, 72(2): 186-197
- DELL'APA, A., PENNINO, M.G. & BONZEK, C. 2017. Modeling the habitat distribution of spiny dogfish (*Squalus acanthias*) by sex in coastal waters of the Northeast Atlantic U.S. *Fishery Bulletin*, 115: 89-100.
- DULVY, N. K., FOWLER, S. L., MUSICK, J. A., CAVANAGH, R. D., KYNE, P. M., HARRISON, L. R., CARLSON, J. K., DAVIDSON, L. N. K., FORDHAM, S. V., FRANCIS, M. P., POLLOCK, C. M., SIMPFENDORFER, C. A., BURGESS, G. H., CARPENTER, K. E., COMPAGNO, L. J. V., EBERT, D. A., GIBSON, C., HEUPEL, M. R., LIVINGSTONE, S. R., SANCIANGCO, J. C., STEVENS, J. D., VALENTI, S. & WHITE, W. T. 2014. Extinction risk and conservation of the world's sharks and rays. <https://doi.org/10.7554/eLife.00590.001>
- FAO – Technical Guidelines for Responsible Fisheries Suppl. 4, 2011. Fisheries Management. Marine protected areas and fisheries. Rome. 210p.
- FAO - The state of world fisheries and aquaculture. 2016. Contributing to food security and nutrition for all. Rome. 200 p
- FONSECA, V. P., PENNINO, M. G., de NÓBREGA, M. F., LINS-OLIVEIRA, J. E. & FIGUEIREDO-MENDES, L. 2017. Identifying fish diversity hot-spots in data-poor situations. *Mar. Env. Res.*, 129:365–373.
- GONZÁLES-ANDRÉS, C., LOPES, P. F. M., CORTES, J., SANCHEZ-LIZASO, J. L. & PENNI-

- NO, M.G. 2016. Abundance and distribution patterns of *Thunnus albacares* in Isla del Coco National Park through predictive habitat suitability models. *PlosOne*, 11(12), e0168212.
- GOVERNO DO RIO GRANDE DO SUL, 2014. **Decreto N.º 51.797/2014**. Regulamenta o art. 82, incisos V e VII, da Lei nº 11.520, de 3 de ago de 2000, que instituiu o Código do Meio Ambiente do Estado do Rio Grande do Sul. Declara as Espécies da Fauna Silvestre Ameaçadas de Extinção no Estado do Rio Grande do Sul. DOE n.º 173, de 09 de setembro de 2014.
- GUISAN, A., TINGLEY, R., BAUMGARTNER, J. B., NAUJOKAITIS-LEWIS, I., SUTCLIFFE, P. R., TULLOCH, A. I. T., REGAN, T. J., BROTONS, L., MCDONALD-MADDEN, E., MANTYKA-PRINGLE, C., MARTIN, T. G., RHODES, J. R., MAGGINI, R., SETTERFIELD, S. A., ELITH, J., SCHWARTZ, M. W., WINTLE, B. A., BROENNIMANN, O., AUSTIN, M., FERRIER, S., KEARNEY, M. R., POSSINGHAM, H. P., BUCKLEY, Y. M. & ARITA, H. 2013. Predicting species distributions for conservation decisions. *Ecol. Lett.*, 16 :1424-1435
- ICMBio, Instituto Chico Mendes de Conservação da Biodiversidade, 2016. Avaliação do risco de extinção dos elasmobrânquios e quimeras no Brasil: 2010 - 2012. Disponível em: <http://www.icmbio.gov.br/cepsul/especies-ameacadas.html>. Acesso em: 18 dez. 2018.
- JENNINGS, S., KAISER, M. & REYNOLDS, J. D. 2001. *Marine Fisheries Ecology*. Oxford, Blackwell Science. 432 p.
- KING, M. 2007. *Fisheries Biology: Assessment and Management*, second ed. Queensland, Blackwell Publishing. 400p.
- LAURIA, V., GRISTINA, M., ATTRILL, M. J., FIORENTINO, F. & GAROFALO, G. 2015. Predictive habitat suitability models to aid conservation of elasmobranch diversity in the central Mediterranean Sea. *Scientific Reports*, 5: 13245
- MESNILDREY, L., GASCUEL, D. & LE-PAPE, O. 2013. Marine protected areas and fisheries management: some criteria for ecological efficiency. *Aquatic Living Resources* 26:159-170
- MIRANDA, L. V. & VOOREN, C.M. 2003. Captura e esforço da pesca de elasmobrânquios demersais no sul do Brasil nos anos de 1975 a 1997. *Frente Marítimo*, 19: 217–231.
- MENEZES, N. A., BUCKUP, P. A., FIGUEIREDO, J. D. & MOURA, R. D. 2003. Catálogo das espécies de peixes marinhos do Brasil. São Paulo, Museu de Zoologia da Universidade de São Paulo. 159 p.
- KINAS, P. G. & ANDRADE, H. A. 2010. Introdução à Análise Bayesiana (com R). Porto Alegre, maisQnada. 240p.
- KLIPPPEL, S., AMARAL, S. & VINHAS, L. 2016. Development and evaluation of species distribution models for five endangered elasmobranchs in southwestern Atlantic. *Hydrobiologia*, 779: 11-33.
- LALLI, C. M. & T. R. PARSONS, 1997. *Biological Oceanography an Introduction*. 1st Ed. Oxford, Pergamon Press. 314p.
- LANDIM, P.M.B. 2000. Introdução aos métodos de estimação espacial para confecção de mapas. DGA,IGCE,UNESP/Rio Claro, Lab. Geomatemática, Texto Didático 02, 20 p. Disponível em <<http://www.rc.unesp.br/igce/aplicada/textodi.html>>. Acesso em: 18 dez. 2018.
- LINDGREN, F. & RUE, H. 2013. Bayesian spatial and spatiotemporal modelling with R-INLA. *J. Stat. Softw.* 63, 1-26
- MENNI, R. C. & STEHMANN, M. F. W. 2000. Distribution, environment and biology of batoid fishes off Argentina, Uruguay and Brazil. *Rev. Mus. Argentino Cienc. Nat. n. s. 2*(1): 69-109.
- MENNI, R. C., JAUREGUIZAR, A. J., STEHMANN, M. F. W. & LUCIFORA, L. O. 2010. Marine biodiversity at the community level: zoogeography of sharks, skates, rays and chimaeras in the southwestern Atlantic. *Biodivers. Conserv.*, 19: 775-796.
- MUÑOZ, F., PENNINO, M. G., CONSEA, D., LÓPEZ-QUÍLEZ, A. & BELLIDO, J. M. 2013.

- Estimating and prediction of the spatial occurrence of fish species using Bayesian latent Gaussian models. *Stoch. Environ. Res. Risk Assess.*, 27: 1171-1180
- PENNINO, M. G., MUÑOZ, F., CONESA, D., LÓPEZ-QUÍLEZ, A. & BELLIDO, J. M. 2013. Modeling sensitive elasmobranch habitats. *J. Sea Res.*, 83: 209-218.
- PENNINO, M. G., RUFENER, M. C., THOMÉ-SOUZA, M. J., CARVALHO, A. R., LOPES P. F., & SUMAILA, U. R. 2018. Searching for a compromise between biological and economic demands to protect vulnerable habitats. *Scientific reports*, 8(1), 7791.
- PMAP/BS. Projeto de Monitoramento da Atividade de Pesqueira na Bacia de Santos. 2017. Relatório Técnico Semestral – Janeiro a junho de 2017. Processo IBAMA nº 02022.001735/2013-51. 731 p.
- R DEVELOPMENT CORE TEAM. 2017. R: a language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing. <http://R-project.org/>
- ROOS, M. & HELD, L. 2011. Sensitivity analysis in Bayesian generalized linear mixed models for binary data. *Bayesian Analysis*, 6: 259-278.
- ROOS, N. C.; CARVALHO, A. R.; LOPES, F. M. & PENNINO, M. G. 2015. Modeling sensitive parrotfish (Labridae: Scarini) habitats along the Brazilian coast. *Mar. Env. Res.*, 110: 92-100.
- ROSA, R. S. & LIMA, F. C. T. 2008. Os peixes brasileiros ameaçados de extinção. In: MACHADO, A. B. M.; DRUMMOND, G. M. & PAGLIA, A. P. (Eds). Livro vermelho da fauna brasileira ameaçada de extinção. Vol. 2. Biodiversidade. MMA, Brasília. 285p.
- RUE, H., MARTINO, S. & CHOPIN, N. 2009. Approximate bayesian inference for latent Gaussian models by using integrated nested Laplace approximations. *J. R. Statist. Soc. B.*, 71: 319-392.
- RUFENER M. C., KINAS P. G., NÓBREGA M. F. & OLIVEIRA J. E. L. 2017 Bayesian spatial predictive models for data-poor fisheries. *Ecological Modelling* 348: 125-134
- SBROCCO, E. J. & BARBER, P. H. 2013. MARSPEC: Ocean climate layers for marine spatial ecology. *Ecology* 94: 979.
- SOETAERT, K. & HERMAN, P. M. J. 2009. A Practical Guide to Ecological Modelling: Using R as a Simulation Platform. London, Springer. 372 p.
- SPIEGELHALTER, D. J., BEST, N. J., CARLIN, B. P. & VAN-DER-LINDE, A. 2002. Bayesian measure of model complexity and fit. *J. Roy. Stat. Soc.*, 64: 583-639.
- VALAVANIS, V. D.; PIERCE, G. J.; ZUUR, A. F.; PALIALEXIS, A.; SAVELIEV, A.; KATARA, I. & WANG, J. 2008. Modelling of essential fish habitat based on remote sensing, spatial analysis and GIS. *Hydrobiologia*, 612: 5-20.
- VOOREN, C. M. 1998. Ambientes Costeiros e Marinhos e sua Biota, Elasmobrânquios Demersais. In: SEELIGER, U., ODEBRECHT, C. & CASTELLO, J. P. (Eds). Os Ecossistemas Costeiro e Marinho do Extremo Sul do Brasil. Rio Grande: Ecoscientia, 157-162.
- VOOREN, C. M. & KLIPPEL, S. (Eds). 2005. Ações para conservação de tubarões e raias no sul do Brasil. Porto Alegre, Igaré. 261 p.
- VOOREN, C. M., KLIPPEL, S., LAMÓNACA, A. F. & GALINA, A. B. 2005. A plataforma sul e os métodos de trabalho. In: VOOREN, C. M. & KLIPPEL, S. (eds.). Ações para conservação de tubarões e raias no sul do Brasil. Igaré, Porto Alegre, cap. 1: 13-22.
- WATANABE, S. 2010. Asymptotic equivalence of Bayes cross validation and widely applicable information criterion in singular learning theory. *Journal of Machine Learning Research* 11: 3571-3594.
- ZUUR, A. F., IENO, E. N. & ELPHICK, C. S. 2010. A protocol for data exploration to avoid common statistical problems. *Meth. Ecol. Evol.*, 1: 3-14.